



Terme & Gleichungen

Ein Term ist eine mathematisch sinnvolle Reihe von Zahlen, Variablen, Klammern und Rechenzeichen.

Ein Term kann beliebig lang werden.

Beispiele:

$$2 \cdot 3 \quad (4 + 5) \cdot 6 \quad 11y$$

Eine Gleichung ist ein mathematischer Ausdruck, der aus zwei Termen besteht, mit einem Gleichheitszeichen (=) in der Mitte.

$$2 \cdot 3 = 6 \quad 4 = 10 - x$$

Der Term vor dem Gleichheitszeichen heißt **linke** Seite der Gleichung, der danach heißt **rechte** Seite der Gleichung.

Gleichungen, in denen nur Zahlen und keine Variablen auftreten, sind **Aussagen**, die eindeutig entweder wahr oder falsch sind:

$2 \cdot 3 = 6$ ist **eine wahre Aussage**

$2 \cdot 3 = 3$ ist **eine falsche Aussage**

Gleichungen, in denen mindestens eine Variable auftritt, sind **Aussageformen**.

$$x + 4 = 10$$

Durch Einsetzen von Zahlen erhält man eine Aussage.
Einsetzen von 2 ergibt die falsche Aussage $2 + 4 = 10$

Eine Gleichungen mit Variablen lösen

heißt, den Wert der Variablen zu finden, damit eine wahre Aussage herauskommt.

$$x + 4 = 10 \rightarrow \text{Aussageform}$$

$$x = 10 - 4$$

$$x = 6 \rightarrow \text{Lösung der Gleichung}$$

$$6 + 4 = 10 \rightarrow \text{ist eine wahre Aussage}$$

Die Werte der Variablen, für die die Gleichung erfüllt ist (d.h. eine wahre Aussage ergibt), heißen **Lösungen der Gleichung**.

Man sagt: Eine Lösung erfüllt die Gleichung.

Eine Gleichung kann eine, keine oder mehrere Lösungen haben. Alle Lösungen zusammen bilden die **Lösungsmenge** \mathbb{L} dieser Gleichung.

Die Lösungsmenge wird mit einer geschweiften Klammer angegeben und falls mehrere Lösungen vorhanden sind, werden diese durch ein Semikolon getrennt.

Hier ist die Lösung $x = 6$, also lautet die Lösungsmenge:

$$\mathbb{L} = \{6\}$$

Durch **Äquivalenzumformung** kann man Gleichungen auf beiden Seiten verändern, ohne dass sich der Wahrheitswert der Gleichung ändert.

$$4 + 1 = 5 \quad | -1 \quad x \cdot 3 = 18 \quad | :3$$

$$4 + 1 - 1 = 5 - 1 \quad x \cdot 3 : 3 = 18 : 3$$

$$4 = 4 \quad x = 6$$

Gleichungen können umgestellt werden, indem auf beiden Seiten dasselbe addiert, subtrahiert, multipliziert oder dividiert wird. (*Multiplikation mit 0 ist nicht erlaubt!*)

Beispiele für verschiedene Gleichungsarten

Lineare Gleichungen: $7x - 1 = 20$

Quadratische Gleichungen: $2x^2 + 4x + 2 = 0$

Potenzgleichungen: $x^5 = 32$

Müssen mehrere Gleichungen gleichzeitig erfüllt sein, handelt es sich um ein **Gleichungssystem**.

$$x + 2y = 5$$

$$x - 2y = 1$$

Wird statt „=" ein anderes Relationszeichen wie „<“, „>“ oder „≠“ verwendet, so spricht man von einer **Ungleichung**.

$$x \cdot 7y > -1$$